

## Wiązka zadań *Ułamki*

W pliku `dane_ulamki.txt` znajduje się 1000 par liczb naturalnych dodatnich, mniejszych niż 12 000. Każda para liczb jest zapisana w osobnym wierszu, liczby w wierszu rozdzielone są pojedynczym znakiem odstępu. Parę liczb zapisanych w tym samym wierszu interpretujemy jako ułamek, którego licznikiem jest pierwsza liczba, a mianownikiem — druga liczba.

### Przykład

Plik o zawartości

```
3 6
2 3
5 3
2 4
15 5
```

odpowiada ułamkom  $\frac{3}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$ .

Postać *nieskracalną* ułamka  $\frac{a}{b}$  nazywamy taki ułamek  $\frac{x}{y}$ , że  $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$  oraz  $x$  i  $y$  są względnie pierwsze (czyli  $x$  i  $y$  nie mają wspólnego dzielnika większego od 1).

**Napisz program(-y)**, który poda odpowiedzi na pytania postawione w poniższych zadaniach. Odpowiedzi zapisz w pliku `wyniki_ulamki.txt`. Odpowiedź do każdego zadania podaj w osobnym wierszu, poprzedzając ją numerem zadania.

### 65.1.

Podaj ułamek o minimalnej wartości. Jeśli w pliku występuje więcej niż jeden taki ułamek, to podaj ten spośród nich, który ma najmniejszy mianownik. Twoja odpowiedź powinna zawierać parę liczb oznaczającą licznik i mianownik ułamka.

### Przykład

Dla podanego powyżej pliku, opisującego ułamki  $\frac{3}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$ , minimalną wartość mają ułamki  $\frac{3}{6}, \frac{2}{4}$ . Ponieważ  $\frac{2}{4}$  ma mniejszy mianownik niż  $\frac{3}{6}$ , więc odpowiedzią jest para liczb: 2 i 4.

### 65.2.

Podaj liczbę zapisanych w pliku ułamków, które zostały podane w postaci nieskracalnej.

#### Przykład

Dla podanego powyżej pliku, opisującego ułamki  $\frac{3}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$ , w postaci nieskracalnej zapisane zostały  $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$ . Natomiast  $\frac{3}{6}$  i  $\frac{2}{4}$  nie są ułamkami w postaci nieskracalnej (ich liczniki i mianowniki dzielą się odpowiednio przez 3 i 2), podobnie  $\frac{15}{5}$  (jego licznik i mianownik dzielą się przez 5). Zatem odpowiedzią jest liczba 2.

### 65.3.

Zapis danych w postaci nieskracalnej uzyskamy, zamieniając każdy ułamek na jego postać **nieskracalną**. Podaj sumę liczników wszystkich podanych w pliku ułamków, jaką otrzymaliśmy po sprowadzeniu ułamków do nieskracalnej postaci.

#### Przykład

Dla podanego powyżej pliku, opisującego ułamki  $\frac{3}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$ , nieskracalne postacie kolejnych ułamków to:  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}$ . Suma liczników tych ułamków to  $1+2+5+1+3=12$ . Zatem odpowiedzią jest 12.

### 65.4.

Ułamki w pliku zostały tak dobrane, że każdy mianownik jest dzielnikiem liczby  $b=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13$ , a wartość każdego ułamka jest nie większa niż 3. Oznacza to, że sumę wszystkich ułamków można przedstawić jako ułamek  $\frac{a}{b}$ , którego mianownikiem jest  $b=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13$ . Wyznacz sumę ułamków ze wszystkich wierszy i podaj licznik takiego ułamka, że suma ułamków jest równa  $\frac{a}{b}$ .

#### Przykład

Dla podanego powyżej pliku, opisującego ułamki  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$ , suma ułamków to:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{3} + \frac{2}{4} + \frac{15}{5} = \frac{\frac{b}{2} + \frac{2b}{3} + \frac{5b}{3} + \frac{2b}{4} + \frac{15b}{5}}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13} = \frac{3630900}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13},$$

gdzie  $b=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13$ . Poprawna odpowiedź wynosi więc 3630900.